

# 混合雑音除去における拡張 TV フィルタのパラメータ制御に関する検討

三浦 翔 辻 裕之 木村 誠聡 徳増 眞司

神奈川県厚木市下荻野 1030 神奈川工科大学大学院 情報工学専攻 〒243-0292

E-mail: tsuji@ic.kanagawa-it.ac.jp

**あらまし** 拡張 TV フィルタは、変分原理に基づき、ガウス性雑音とインパルス性雑音から成る混合雑音を除去可能な非線形フィルタである。しかしながら、良好な復元画像を実現するには、平滑化パラメータを未知の画像より適切に推定する必要がある。本稿では混合雑音重畳画像から平坦領域を切り出し、 $\epsilon$ -フィルタを用いて画像に重畳しているガウス性雑音の分散を推定し、これにより TV フィルタの平滑化パラメータを決定する方法を提案する。また、様々な雑音が重畳した標準画像を用いて画像修復実験を行い、提案手法の有効性を検証する。

**キーワード** TV フィルタ, インペインティング, 混合雑音除去, 非線形フィルタ, 画像復元

## A study on parameter estimation for mixed noise removal using enhanced TV filters

Sho MIURA Hiroyuki TSUJI Tomoaki KIMURA and Shinji TOKUMASU

Graduate School of Kanagawa Institute of technology 1030 Shimo-ogino, Atsugi-shi, Kanagawa, 243-0292 Japan

E-mail: tsuji@ic.kanagawa-it.ac.jp

**Abstract** The enhanced TV filter is a nonlinear filter that is able to remove mixed noise composed of Gaussian and impulsive noises effectively. However, a smoothing parameter should be estimated adequately for each input to improve quality of the restored image. In this paper, we propose a method of estimating the optimal parameter for TV filter. The process includes extracting flat region from a degraded image, then estimating the variance of Gaussian noise that is superimposed on it. We conducted computer simulations using 12 standard gray scale images, and verified the effectiveness of our proposal.

**Keyword** TV filter, inpainting, mixed noise removal, nonlinear filter, image restoration

### 1. はじめに

画像復元において、ガウス性雑音とインパルス性雑音の双方が重畳した混合雑音に対する復元処理は難しく、これまでも多くの手法が提案されている[1-4]。これらの方法では、処理点を含む局所領域においてインパルス性雑音の有無を判断し、インパルス性雑音の影響を受けた画素を排除またはメジアン値に置き換えた複数の画素によって、処理点が復元される。

筆者らは文献[5]において、変分原理に基づく最適化フィルタである TV フィルタ[6]を拡張し、混合雑音が重畳した画素に対し効果的な復元処理を可能とする方法を提案した。TV フィルタは反復処理を必要とする非線形フィルタであり、エッジを保存しつつガウス性雑音を効果的に除去できる点に特徴があるが、インパルス性雑音が重畳した画像に適用すると、制約項の影響により十分な平滑化効果を得ることができない。そこで提案法では、処理点がインパルス性雑音であるか否かによって平滑化のバランスを制御するパラメータ（以下、平滑化パラメータと呼ぶ）を適応的に変化させることにより、ガウス性雑音のみならずインパルス性雑音に対しても高い復元能力を実現した。

しかしながら、文献[5]の方法では、平滑化パラメータとして PSNR が最もよくなるように画像毎に予め求めた最適値を用いているため、このままでは未知の入力画像に対して有効とは言えない。よって、このパラメータを入力画像に応じて適切に推定する手法が必要である。

本論文では混合雑音重畳画像から画像に重畳している雑音の分散を推定し、これに基づき TV フィルタで用いる平滑化パラメータを決定する方法を提案する。また、得られたパラメータを用いて数多くの画像にフィルタを適用し、提案手法の有効性を確認する。

### 2. TV フィルタによる雑音除去

#### 2.1. TV フィルタ

TV (Total Variation) フィルタは、画像領域  $\Omega$  上のガウス性雑音重畳画像を  $u^0$  とするとき、次のエネルギー汎関数  $J$  を最小にする最適化フィルタとして定義される[6]。

$$J[u] = \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (u - u^0)^2 dx dy \quad (1)$$

ここで右辺第 1 項は TV ノルムと呼ばれ、過剰な振動成分を持つ不自然な画像を排除するための正則化項として作

用する. 右辺第2項は最適解  $u$  が元の劣化画像  $u^0$  から離れすぎないようにするための制約項である. また, 係数  $\lambda$  はラグランジュ未定乗数であるが, 平滑化の度合いを決めるパラメータと考えることができるため, 本稿では平滑化パラメータと呼ぶこととする.

画素  $\alpha$  における TV フィルタの出力は, 以下に示すデータ依存型のデジタルフィルタを反復することによって求まることが知られている[7].

$$v_\alpha = F_\alpha(u) = \sum_{\beta \sim \alpha} h_{\alpha\beta}(u)u_\beta + h_{\alpha\alpha}(u)u_\alpha^0 \quad (2)$$

ここで,  $\sum_{\beta \sim \alpha}$  は画素  $\alpha$  に隣接するすべての画素  $\beta$  に対する総和を表す. また, 式(2)のフィルタ係数は, 以下の式で計算される.

$$h_{\alpha\beta}(u) = \frac{w_{\alpha\beta}(u)}{\lambda + \sum_{\gamma \sim \alpha} w_{\alpha\gamma}(u)} \quad (3)$$

$$w_{\alpha\beta} = \frac{1}{|\nabla_\alpha u|_\alpha} + \frac{1}{|\nabla_\beta u|_\alpha} \quad (4)$$

$$h_{\alpha\alpha}(u) = \frac{\lambda}{\lambda + \sum_{\gamma \sim \alpha} w_{\alpha\gamma}(u)} \quad (5)$$

式(4)の  $|\nabla_\alpha u|_\alpha$  は画素  $\alpha$  における局所変動量(Local Variation)であり, 以下の式で定義される.

$$|\nabla_\alpha u|_\alpha := \sqrt{\sum_{\beta \sim \alpha} (u_\beta - u_\alpha)^2 + a^2} \quad (6)$$

なお,  $a$  は画像の平坦部において数値解が発散しないように数値計算上の配慮から導入された正定数であり, 本論文では文献[8]に従って,  $a = 10^{-4}$  を使用した.

TV フィルタはガウス性雑音を想定して設計されたフィルタであり, 式(1)の制約項の影響でインパルス性雑音を除去することができない. これに対処するには, インパルス重畳領域  $D$  上における制約項の影響を無視できるよう, 積分領域を画像領域  $\Omega$  から  $D$  を除いた領域 ( $\Omega \setminus D$ ) にすればよい. この技法は TV インペインティングと呼ばれ, インパルス重畳画素を周辺画素の値から適切に補間することが可能となる[8]. ただし, これを実現するためには, 事前情報としてインパルス性雑音の位置情報が必要となる.

## 2.2. 拡張 TV フィルタ

本稿で提案する拡張 TV フィルタは, TV フィルタと TV インペインティングを組み合わせることにより, ガウス性雑音とインパルス性雑音双方の混合雑音を修復可能とする画像復元手法である[5]. 提案法では, インパルス検知器でインパルス性雑音の位置を特定してインペインティング処理を行うと共に, 検知された画素以外に対しては式(1)の  $\lambda$  を適用して TV フィルタによる平滑化を行う. 以上

の処理を実現するには, 最小化するエネルギー汎関数  $J$  を次のように修正すればよい.

$$\mathcal{J}[u] = \int_{\Omega} |\nabla u|_\alpha dx dy + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \Lambda(x, y) \cdot (u - u^0)^2 dx dy \quad (7)$$

ただし,  $\Lambda$  は画像領域  $\Omega$  上の単関数として次のように与えられる.

$$\Lambda(x, y) = \begin{cases} 0 & (x, y) \in D \\ \lambda & (x, y) \in \Omega \setminus D \end{cases} \quad (8)$$

ここで, 式(1)の  $\lambda$  は画素位置についての関数  $\Lambda(x, y)$  に拡張されていることに注意されたい. 提案法では関数  $\Lambda$  の値に基づき, TV フィルタと TV インペインティングの切り替えが自動的に行われ, 混合雑音の効果的な除去が実現される.

文献[5]では画像毎に PSNR が最大となる最適な  $\lambda$  を実験により与えているが, 一般に未知の画像が入力された場合には, 最適な  $\lambda$  を保証することは困難である. このため, 実用上は, 未知の画像に対する適切な  $\lambda$  を, 劣化画像に重畳したガウス性雑音の分散をもとに推定することが必要となる.

## 3. 提案する $\lambda$ の推定法

TV フィルタの平滑化パラメータ  $\lambda$  は修復画像の画質を左右するため重要であり, その値は与えられた入力画像ごとに適切に推定する必要がある. ここでは文献[5]の方法を拡張し, 未知の雑音重畳画像から最適な  $\lambda$  を推定する方法を提案する. 提案法の構成を図1に示す.

提案法ではまず雑音重畳画像を小ブロックに分割し, 各ブロックに対して形状情報  $K$ [9]を計算する. これにより, 平坦部と推定された小ブロックに対して  $\varepsilon$  フィルタを適用し, 画像に重畳したガウス性雑音の分散  $\sigma_n^2$  を推定する. その推定値から原信号の分散  $\sigma_s^2$  を推定し,  $\sigma_n$ ,  $\sigma_s$  に関する曲面モデルに基づいて平滑化パラメータ  $\lambda$  を決定する. 得られた  $\lambda$  を式(8)に与えることにより, 未知の雑音重畳画像に対して拡張 TV フィルタを適用することが可能となる.

### 3.1. 平坦領域の検出

#### 3.1.1. MAD

本手法では, 各ブロックの分散の推定において, インパルス性雑音の影響を避けるために MAD(Median of the Absolute Deviations from the Median)を用いる. MAD は, 局所領域における標準偏差に対するロバストな推定量であり, 以下のように定義される.

$$MAD(\mathbf{x}) = \text{median}(|\mathbf{x} - \text{median}(\mathbf{x})|) \quad (9)$$

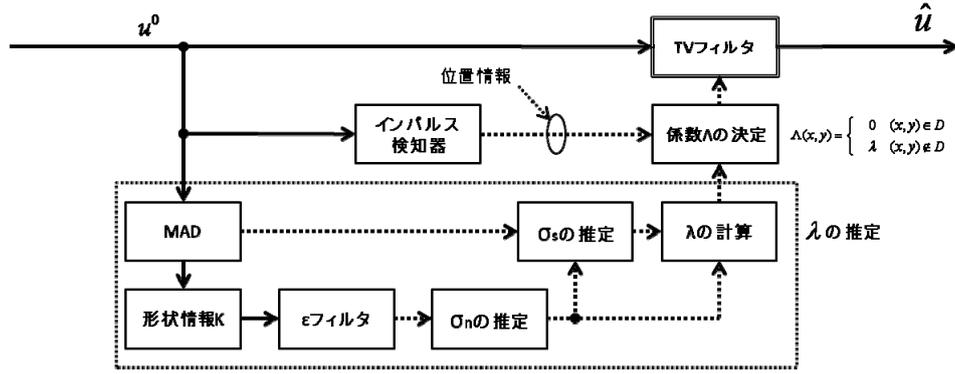


図1 システム構成図

ここで、局所領域  $\mathbf{x}$  は  $k \times k$  画素の小ブロックとして与えられる。MAD は、画像にインパルス性雑音が重畳している場合でも、メジアンフィルタの作用によりその影響を無視することができる。よって、MAD の値は画像に重畳したガウス性雑音のみの状態を反映していると考えられる。

文献[9]では、MAD から混合雑音に混入したガウス性雑音の標準偏差を推定する際の計算式として、以下の式が用いられている。

$$\hat{\sigma}(\mathbf{x}) = 1.483MAD(\mathbf{x}) \quad (10)$$

本稿でもこの関係式を用いて標準偏差の推定を行う。

### 3.1.2. 平坦領域の選択

観測された画像を  $k \times k$  の小ブロックに分割し、次式で定義される形状情報  $K$  を計算する。

$$K(i) = \frac{\sigma_s^2(i)}{\sigma_s^2(i) + \sigma_n^2} \quad (11)$$

$$\sigma_s^2(i) = \begin{cases} \sigma_x^2(i) - \sigma_n^2 & (\sigma_x^2(i) > \sigma_n^2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 $\sigma_x^2(i)$  は観測画像の第  $i$  ブロックの局所分散であり、 $\sigma_s^2(i)$  は式(12)で求めた原信号の推定分散である。一般に、 $\sigma_x^2(i) \gg \sigma_n^2$  の関係が成立するエッジや細部信号の場合には  $K(i) \approx 1$ 、 $\sigma_x^2(i) \ll \sigma_n^2$  の関係が成立する平坦部では  $K(i) \approx 0$  となる。したがって、全ブロックにわたって  $K$  をソーティングすることにより、観測画像の最も平坦なブロックを見つけることができる。なお、本稿では、以下の適用例では、画像を  $k=16$  の小ブロックに分割して MAD の算出を行った。

式(11)によると、形状情報は雑音分散  $\sigma_n^2$  が既知でないと計算することができない。そこで、 $K$  を計算するとき、観測画像の全てのブロックの中で最小の分散値を与えるものを選び、その分散を  $\sigma_n^2$  の代わりに使用することとし

た。図2に平坦領域として選択された小ブロックの例を示す。これは  $K$  の値に基づいて全ブロックをソーティングして得られる下位 10% の平坦領域を示している。



図2 選択された平坦領域

### 3.2. $\sigma_n$ と $\sigma_s$ の推定

混合雑音を想定した場合、観測画像にはインパルス性雑音が含まれる。本稿では、その影響を排除するため、3.1で検出された平坦領域に対して  $\epsilon$  フィルタ[11]を適用し、ガウス性雑音の分散値  $\sigma_n^2$  を推定する。また式(10)と式(12)を用いて  $\sigma_s^2$  の推定を行う。

$\epsilon$  フィルタは、小振幅雑音を除去することを目的としたフィルタであり、処理点  $(n,m)$  を中心とする  $\pm N$  画素の小ブロックにおいて次式で計算される。

$$y(n, m) = \sum_{l, k=-N}^N a_{k,l} x'(n-l, m-k) \quad (13)$$

$$x'(n-l, m-k) = \begin{cases} x(n-l, m-k) & \text{if } |\Delta_{k,l}| \leq \epsilon \\ x(n, m) & \text{if } |\Delta_{k,l}| > \epsilon \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta_{k,l} = x(n, m) - x(n-l, m-k) \quad (15)$$

すなわち、処理点との差分が  $\pm \epsilon$  以上となる画素値はすべて処理点に置き換え、重み係数  $a_{k,l}$  で加重平均をとればよ

い. 以上の手続きにより, エッジを保存しつつガウス性雑音を除去することができる. この特性を利用すると, 出力画像  $y(n)$  と入力画像  $x(n)$  の差分をとることにより, ガウス性雑音を抽出することができる.

本稿では, 形状情報  $K$  により平坦部と判別された領域のみに対して  $\varepsilon$  フィルタを適用し, 得られた雑音画像より雑音分散  $\sigma_n$  の推定を行うこととする. なお,  $\varepsilon$  フィルタは反復処理を必要とする非線形フィルタであるため, 反復回数のチューニングが必要となる. また, フィルタのパラメータである  $\varepsilon$  値も調整する必要がある. 本稿ではこれらのパラメータを実験的に求めることとする.

### 3.3. $\lambda$ の計算モデル

平滑化パラメータ  $\lambda$  は平滑化画像の画質を決めるうえで重要であり, 適切な値を与える必要がある.  $\lambda$  の最適値は, 理論上, 以下の式で与えられることが知られている[7].

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_n^2} \frac{1}{|\Omega|} \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta \sim \alpha} w_{\alpha\beta} (u_\beta - u_\alpha)(u_\alpha - u_\alpha^0) \quad (16)$$

しかしながら, 式(16)は右辺に平滑化処理後の画素値 ( $u_\alpha$  及び  $u_\beta$ ) を含んでいるため,  $\lambda$  の初期値を求める際には使用できない. このため, この関数式を使うことなく最適な平滑化パラメータ  $\lambda$  を求める必要がある.

ここでは,  $\lambda$  を  $\sigma_n$  と  $\sigma_s$  から決まる関数としてモデル化する. まず, 式(16)より  $\lambda$  は  $1/\sigma_n^2$  と比例関係にあることがわかる. さらに実験により,  $\lambda$  は  $\sigma_s$  に対してほぼ線形に増加することがわかった. 以上を統合し, 最適な  $\lambda$  を与える ( $\sigma_n, \sigma_s, \lambda$ ) の組み合わせに対して 2 乗誤差が最小となるように曲面をあてはめた結果を図 3 に示す. 得られた曲面の方程式は次の式で与えられる.

$$\lambda = \frac{219.8301\sigma_s + 2572.1315}{\sigma_n^2} \quad (17)$$

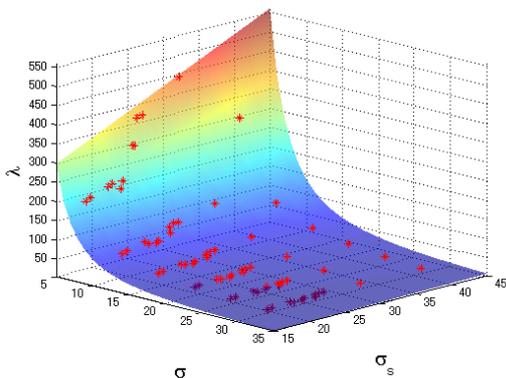


図 3  $\lambda$  の計算モデル

## 4. 適用例

### 4.1. 反復回数の決定

$\sigma_n$  を最もよく推定するための  $\varepsilon$  フィルタの反復処理回数を実験的に求める. 実験には画像 Lena, Bridge, Lighthouse にそれぞれ 0, 10, 20% のインパルス性雑音と  $\sigma = 10, 20, 30$  のガウス性雑音を重畳させた計 27 種類のテスト画像を用いる. これらの画像から推定した雑音分散  $\sigma_n$  が,  $\varepsilon$  フィルタの反復回数  $N$  の増加につれてどのように変化するかを調査した.

図 4 は  $\sigma = 20$  での結果をプロットしたものである. 真の雑音に最も近い推定値  $\sigma_n$  を与える  $N$  は  $2 \leq N \leq 3$  であることがわかる. この値以降は,  $\sigma_n$  の値は減少することなくほぼ一定の値を保持しながら推移する. 全 27 種類のテスト画像に対して真値と推定値の 2 乗誤差の総和をとって評価したところ,  $N=3$  で最小となった. 以後, 提案法では  $\varepsilon$  フィルタの反復回数  $N$  には固定値 3 を採用して実験を行う.

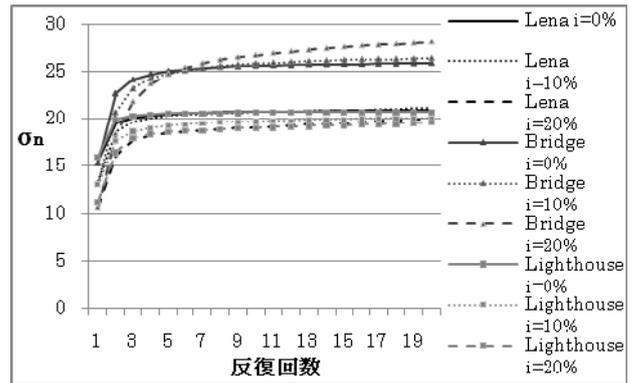


図 4 反復回数  $N$  と雑音分散  $\sigma_n$  との関係

### 4.2. $\varepsilon$ の決定

ここでは  $\varepsilon$  フィルタのパラメータを  $\varepsilon = \alpha\sigma_n$  とおき, 係数  $\alpha$  を実験的に求める. 4.1 と同様の画像を用いて実験を行った. 図 5 は  $\sigma = 20$  での結果である. このプロットから,  $\sigma_n$  が最も安定した形で推定できるのは  $\alpha = 2.5$  であることがわかった. 以後, 提案法では  $\varepsilon$  を決める係数  $\alpha$  として固定値 2.5 を採用する.

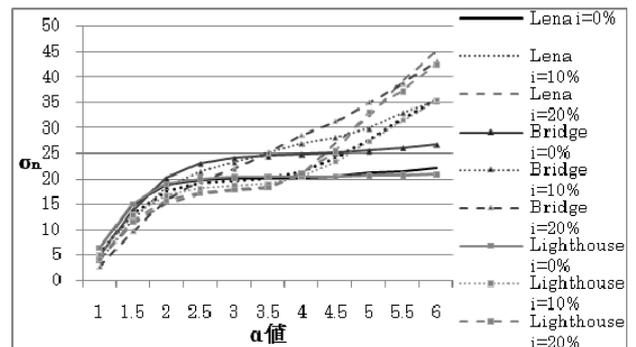


図 5 フィルタパラメータ  $\varepsilon$  と  $\sigma_n$  との関係

### 4.3. 従来手法との比較

提案法の有効性を確認するために、従来法との比較を行った。TV フィルタ(TV), メジアンフィルタ(Med), Center-Weighted Median (CWM) フィルタ [12], Double Window Modified Trimmed Mean(DW-MTM)フィルタ[13]を比較対象として, PSNR および主観画質による比較実験を行った。劣化画像は理想画像に平均 0,  $\sigma=20$  のガウス性雑音と発生確率 10% (白黒それぞれ 5%) のインパルス性雑音を重畳させたものを用いる。

表 1 は各手法による画像の PSNR 復元をまとめたものである。これにより提案法は最適な  $\lambda$  を用いた場合と比較しても、遜色の無い結果が得られることがわかる。また、その他の従来法と比べると、PSNR が大幅に向上していることがわかる。

さらに主観評価の結果を示すために図 6 に Lena および Lax の各手法における処理画像を示す。提案法は他の従来法に比べて雑音の影響が排除されており、かつ、細部信号の保存能力も問題ないことがわかる。

### 5. まとめ

本稿では文献[5]で画像毎に最適化されていた平滑化パラメータ  $\lambda$  を未知の画像に対しても適応可能なように、画像の平坦領域から推定した  $\sigma_n$  を用いて  $\lambda$  を決定する方法を提案した。提案法で  $\lambda$  を決定した場合、最適な  $\lambda$  を用いた場合に比べてやや画質が落ちるものの、従来法よりも雑音除去に優れることを客観評価, 主観評価の両面から明らかにした。今後の課題としては、インパルス検知器の高度化などが挙げられる。

### 文 献

[1] 高島広憲, 田口 亮, 村田 裕, “ファジー制御則を用いたエッジ保存形非線形フィルタの考案”信学論 (A), vol.J77-A, no.6, pp.827-836, June 1994.

[2] 田口 亮, 目黒光彦, “ファジールールに基づくデータ依存型荷重メジアンフィルタの提案”, 信学論 (A), vol.J80-A, no.3, pp.472-482, March 1997.

[3] 木村誠聡, 田口 亮, 濱田 敦, 村田 裕, “混合雑音重畳画像復元のためのファジーフィルタの提案”, 信学技報, DSP98-28, May 1998.

[4] 山下哲孝, 呂 建明, 関屋大雄, 谷萩隆嗣, “Trimmed フィルタとニューラルフィルタを利用した劣化画像の雑音除去”, 電学論 C, vol.125, no.5, pp.774-782, 2005.

[5] 三浦 翔, 辻 裕之, 木村誠聡, 徳増眞司, “TV フィルタを改良した混合雑音が重畳した画像の復元法”, 第 22 回信号処理シンポジウム論文集, pp.124-129, Nov. 2007.

[6] L. Rudin, S. Osher and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms," Phys. D, vol.60, pp.259-268, 1992.

[7] T. F. Chan, S. Osher and J. Shen, "The digital TV filter and nonlinear denoising," IEEE Trans. Image Process., vol.10, no.2, pp.231-241, Feb. 2001.

[8] T. F. Chan, S. Osher and J. Shen, "Image Processing and Analysis --- Variational, PDE, Wavelet, and Stochastic Methods", Siam, 2005.

[9] 高島広憲, 田口亮, 村田裕, “局所統計量を考慮した最適チューニング可能なファジーフィルタの提案”, 電学論 A, vol.J78-A, no.2, pp.141-150, Feb. 1995.

[10] 棟安実治, 田口亮, “非線形デジタル信号処理”, 朝倉書店, 1999.

[11] 原島博, 小田島薫, 鹿喰善明, 宮川洋, “ $\epsilon$ -分離非線形デジタルフィルタとその応用”, 信学論 (A), vol.J65-A, no.4, pp.297-304, 1982.

[12] S-J. Ko and Y. H. Lee, "Center weighted median filters and their applications to image enhancement," IEEE Trans. Circuits Syst., vol.38, no.9, pp.948-993, Sept. 1991.

[13] 荒川 薫, “ファジールールに基づくメジアンフィルタ”, 信学論 (A), vol.J78-A, no.2, pp.123-131, Feb. 1995.

[14] V. Cronojevic, V. Senk, and Z.Trpovski, "Advanced Impulse Detection Based on Pixel-Wise MAD", IEEE Trans. Image Process., vol.11, no.7, pp.589-592, July 2004.

表 1 混合雑音の除去結果 (PSNR[dB])

	E-TV				TV	Med	CWM	DW-MTM
	proposed		optimal					
	PSNR	$\lambda$	PSNR	$\lambda$				
Airplane	27.48	22.4	28.09	33.0	24.34	24.92	24.63	23.85
Barbara	25.32	28.3	27.15	41.0	22.09	22.37	23.09	22.66
Boat	29.03	25.9	29.19	30.0	26.08	26.06	25.35	25.06
Bridge	23.81	26.2	24.60	42.0	21.81	21.79	22.45	22.53
Building	26.74	28.5	27.11	27.0	24.73	25.54	24.94	24.77
Cameraman	27.18	37.5	27.23	33.0	23.71	24.21	24.41	23.69
girl	29.71	24.2	29.83	24.0	27.20	27.03	25.96	25.17
Lax	23.73	20.3	25.16	41.0	21.57	21.25	22.11	21.43
Lena	29.00	27.8	29.07	30.0	25.64	26.09	25.32	24.75
Lighthouse	24.93	33.9	25.03	37.0	22.25	22.37	22.93	22.54
Text	25.58	28.0	26.01	32.0	23.17	24.15	24.02	23.73
Woman	27.83	26.6	27.95	28.0	25.77	25.84	25.22	24.71



劣化画像



提案法(29.00dB)



TV フィルタ(25.64dB)



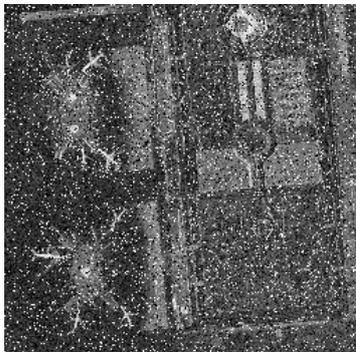
Median(26.09dB)



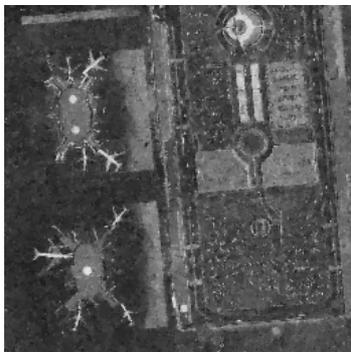
CWM(25.32dB)



DW-MTM (24.75dB)



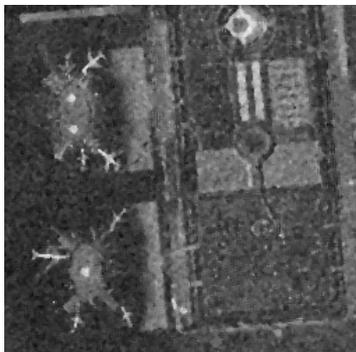
劣化画像



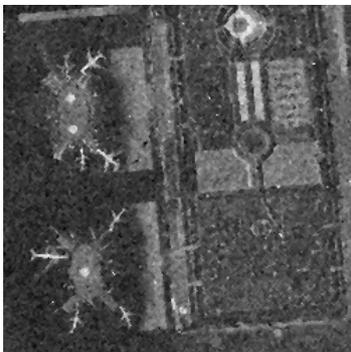
提案法(23.73dB)



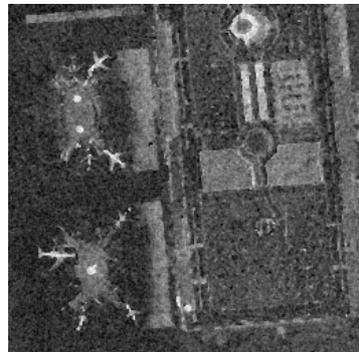
TV フィルタ(21.57dB)



Median(21.25dB)



CWM(22.11dB)



DW-MTM (21.43dB)

図 5 混合雑音重畳画像の修復結果 (Lena, Lax)